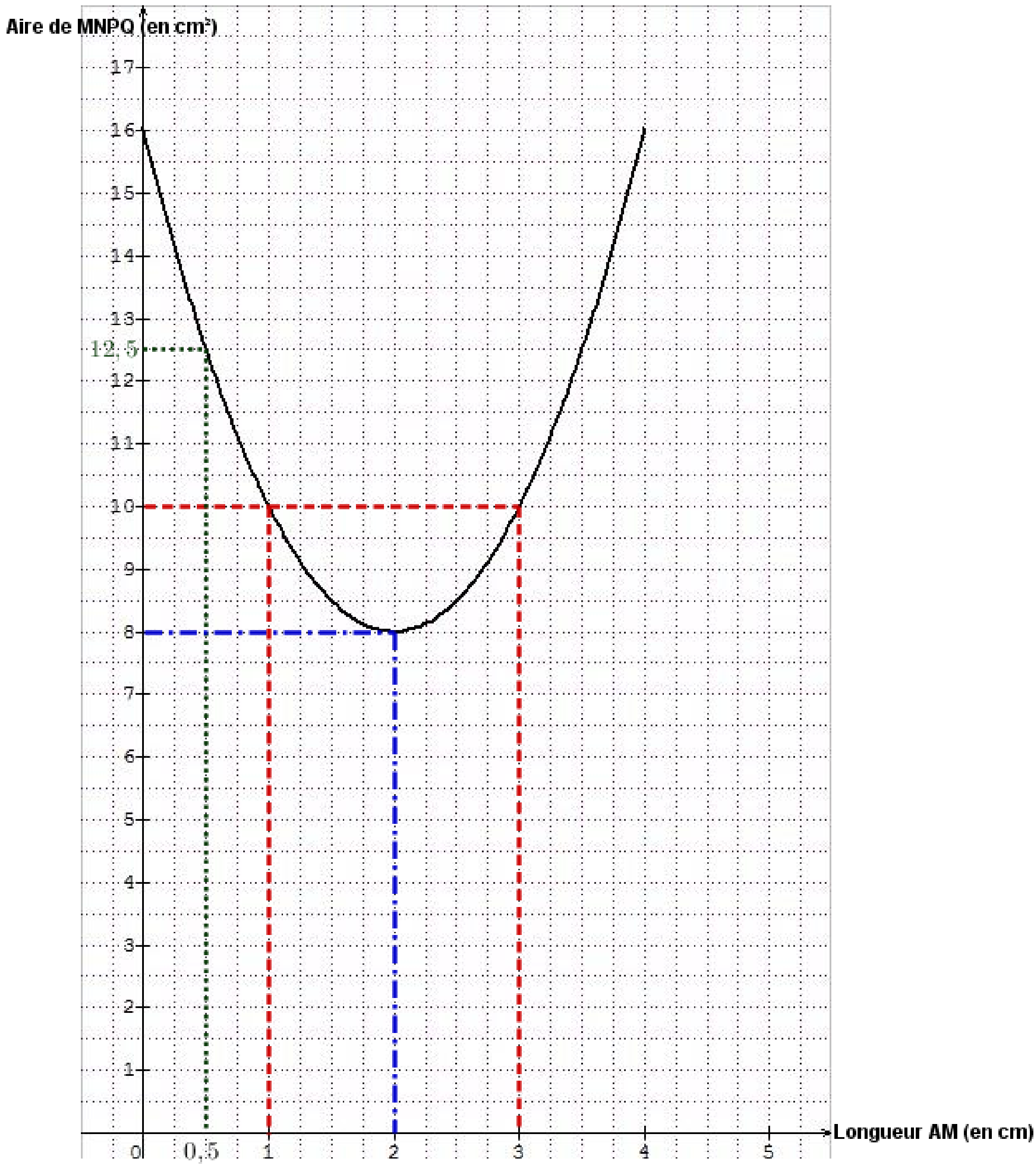
CORRECTION DU BREVET 2013

Troisième	***Métropole***

Exercice 1



1) **L'aire de MNPQ est égale à 10 cm^2 lorsque AM = 1 cm ou AM = 3 cm**.

2) **Lorsque AM est égale à 0,5 cm, l'aire de MNPQ est égale à 12,5 cm^2**.

3) **L'aire de MNPQ est minimale lorsque AM = 2 cm. L'aire minimale est égale à 8 cm^2**.

Exercice 2

1) **L'image de – 3 par f est 22**.

2) $f(7) = -5 \times 7 + 7 = -35 + 7 = \mathbf{-28}$.

3) $f(x) = \mathbf{-5x + 7}$.

4) **La formule est : = B1^2 + 4 ou = B1*B1 + 4**.

Exercice 3

1) $\dfrac{1200+1230+1250+1310+1370+1400+1440+1500+1700+2100}{10} = \dfrac{14500}{10} = 1450$.

Le salaire moyen des femmes est de 1 450 € ; il est donc moins élevé que celui des hommes qui est de 1 769 €.

2) Il y a dix femmes et 20 hommes dans cette entreprise ; ce qui fait 30 employés au total.
Il y a 10 femmes parmi les 30 employés ; donc **la probabilité que la personne tirée au sort soit une femme est égale à $\dfrac{10}{30}$, ou $\dfrac{1}{3}$**.

3) Le plus bas salaire de l'entreprise est de 1 000 €, et il est obtenu par un homme.
Or l'étendue de la série des salaires des hommes est égale à 2 400 €, et, l'étendue est la différence entre le plus grand salaire et le plus bas salaire. Donc le salaire le plus élevé chez les hommes est égal à : $1\ 000 + 2\ 400 = 3\ 400$ euros.
Or le salaire le plus élevé chez les femmes est de 2 100 €.
Donc **le salaire le plus élevé de l'entreprise est de 3 400 €**.

4) Il y a une femme qui gagne plus de 2 000 €.
La médiane de la série des salaires des hommes est égale à 2 000 € ; ce qui signifie qu'au moins 50 % des hommes (c'est-à-dire 10 hommes) gagnent plus de 2 000 €.
Par conséquent, **dans cette entreprise, 11 personnes gagnent plus de 2 000 €**.

Exercice 4

Figure 1 : Dans le triangle ABC rectangle en A :

- $[CA]$ est le côté opposé à l'angle $\widehat{ABC}$;
- $[BC]$ est l'hypoténuse.

On a alors $\sin\left(\widehat{ABC}\right) = \dfrac{\text{côté opposé à } \widehat{ABC}}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{AC}{BC}$. Par suite, $\sin\left(\widehat{ABC}\right) = \dfrac{3}{6} = 0,5$.

Par conséquent, $\widehat{\mathbf{ABC}} = \text{Arcsin}(0,5) = \mathbf{30°}$.

Figure 2 : Le triangle ABC est inscrit dans un cercle de diamètre un de ses côtés $[AB]$.
Or si un triangle est inscrit dans un cercle de diamètre un de ses côtés, alors ce triangle est rectangle.
Donc le triangle ABC est rectangle en C, et de ce fait, $\widehat{ACB} = 90°$.
On en déduit que les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BAC}$ sont complémentaires ; d'où $\widehat{ABC} + \widehat{BAC} = 90°$.
Par conséquent, $\widehat{\mathbf{ABC}} = 90° - \widehat{BAC} = 90° - 59° = \mathbf{31°}$.

Figure 3 : Le polygone ABCDE est un pentagone régulier inscrit dans le cercle de centre O.
D'où $\widehat{AOB} = \widehat{BOC} = \dfrac{360°}{5} = 72°$.
De plus, le triangle ABO est isocèle en O ; d'où
$\widehat{OBA} = \widehat{BAO} = \dfrac{180° - \widehat{AOB}}{2} = \dfrac{180° - 72°}{2} = \dfrac{108°}{2} = 54°$.

De même, $\widehat{OBC} = \widehat{OCB} = 54°$. On en déduit que $\widehat{ABC} = \widehat{OBA} + \widehat{OBC} = 54° + 54° = \mathbf{108°}$.

Exercice 5

1) Le poids d'un parpaing est de 10 kg. Comme le bricoleur en a besoin de 300, il devra transporter au total 10×300, c'est-à-dire 3 000 kg du magasin à son domicile.
Or 3 000 kg = 3 tonnes et il ne peut transporter que 1,7 tonne par voyage.
Comme $3 < 2 \times 1,7$, alors **il devra effectuer deux aller-retour pour transporter les 300 parpaings jusqu'à sa maison**.

2) Cherchons le tarif de la location :
Son domicile étant situé à 10 km du magasin, chaque aller-retour reviendra à parcourir 20 km. Il devra donc parcourir en tout 40 km, et il choisira la formule à 55 €.

Cherchons le coût du carburant :

Carburant (en L)	8	?
Distance (en km)	100	40

$? = \frac{8 \times 40}{100} = \frac{320}{100} = 3,20$.
Le véhicule consommera 3,20 L de gasoil.

Or un litre de carburant coûte 1,50 €. D'où $3,20 \times 1,50 = 4,80$.
Il paiera donc 4,80 € pour le carburant.

Conclusion : $55 + 4,80 = 59,80$. **Le coût total du transport sera de 59,80 €**.

3) $\frac{48}{30} = \frac{8}{5} = 1,6$ et $\frac{55}{50} = \frac{11}{10} = 1,1$. Comme $\frac{48}{30} \neq \frac{55}{50}$, alors **les tarifs de location du fourgon ne sont pas proportionnels à la distance maximale autorisée par jour**.

Exercice 6

1) a) Comme (OS) et (BC) sont perpendiculaires à la même troisième droite (AL), elles sont parallèles entre elles.
Les triangles ABC et AOS sont en situation de Thalès ; ils ont un sommet commun, le point A, et deux côtés parallèles, $[SO]$ et $[CB]$.

D'après la propriété de Thalès, on obtient : $\frac{AB}{AO} = \frac{BC}{OS} = \frac{AC}{AS}$.

Or $AB = 3,20$ m ; $AO = AB + BE + EO = 3,20 + 2,30 + \frac{5}{2} = 8$ m (en effet, $[EL]$ est un diamètre du cône et dans ce cas, $[EO]$ est un rayon) et $BC = 1$ m.

D'où $\frac{3,20}{8} = \frac{1}{SO}$, et par suite, $\mathbf{SO} = \frac{1 \times 8}{3,20} = \mathbf{2,5\ m}$.

La hauteur de ce cône de sel est égale à 2,50 mètres.

b) $V_{cône} = \frac{\pi \times R^2 \times h}{3} = \frac{\pi \times 2,50^2 \times 2,50}{3} = \frac{\mathbf{15,625\pi}}{\mathbf{3}}\ \mathbf{m^3} \approx \mathbf{16\ m^3}$.
Il y a environ 16 m^3 de sel dans ce cône.

2) Il faut chercher R afin que le volume d'un cône soit égal à 1 000 m^3, c'est-à-dire tel que $\frac{\pi \times R^2 \times h}{3} = 1\,000$.

D'où $\frac{\pi \times R^2 \times 6}{3} = 1\,000$, ou encore $\frac{\pi \times R^2 \times \cancel{3} \times 2}{\cancel{3}} = 1\,000$.

On obtient donc $2\pi \times R^2 = 1\,000$.

Par suite, $\dfrac{2\pi \times R^2}{2\pi} = \dfrac{1\,000}{2\pi}$, et donc $R^2 = \dfrac{500}{\pi}$.

Comme $R > 0$, alors $R = \sqrt{\dfrac{500}{\pi}} \approx 12{,}6$ m.

Par conséquent, **il faut prévoir un rayon pour la base supérieure ou égale à 12,6 m**.

Exercice 7

Affirmation 1 : Comme trois quarts des adhérents sont mineurs, alors un quart des adhérents sont majeurs.
Parmi les adhérents majeurs, un tiers sont âgés de plus de 25 ans , d'où deux tiers des adhérents majeurs ont entre 18 ans et 25 ans.

Or $\dfrac{1}{4} \times \dfrac{2}{3} = \dfrac{1 \times 2}{4 \times 3} = \dfrac{2}{12} = \dfrac{1}{6}$; donc un sixième des adhérents a entre 18 ans et 25 ans.

L'affirmation 1 est donc vraie.

Affirmation 2 : Supposons que le prix d'un article soit de 100 €.

Le prix de cet article après la baisse de 30 % est égal à $100 \times \left(1 - \dfrac{30}{100}\right) = 100 \times 0{,}7 = 70$ €.

Le prix de cet article après la baisse de 20 % est égal à $70 \times \left(1 - \dfrac{20}{100}\right) = 70 \times 0{,}8 = 56$ €.

Donc après les deux remises, le prix final est de 56 €, et non de 50 € qui correspondrait à une baisse de 50 %.

L'affirmation 2 est donc fausse.

Affirmation 3 :

$$(n+1)^2 - (n-1)^2 = \left[(n+1)+(n-1)\right] \times \left[(n+1)-(n-1)\right] = \left[n+1+n-1\right] \times \left[n+1-n+1\right] = [2n] \times [2] = 4n$$

Donc, **pour n'importe quel nombre entier n, $(n+1)^2 - (n-1)^2$ est un multiple de 4**.

Autre méthode :

$$\begin{aligned}(n+1)^2 - (n-1)^2 &= \left(n^2 + 2 \times n \times 1 + 1^2\right) - \left(n^2 - 2 \times n \times 1 + 1^2\right) \\ &= \left(n^2 + 2n + 1\right) - \left(n^2 - 2n + 1\right) \\ &= n^2 + 2n + 1 - n^2 + 2n - 1 \\ &= 4n\end{aligned}$$