Correction

AMÉRIQUE DU SUD - Décembre 2015

Exercice 1

Question 1 : $\left(4\sqrt{2}\right)^2 = 4^2 \times 2 = 16 \times 2 = 32$
Or calculons le $PGCD(128,96)$

$$128 = 96 \times 1 + 32$$

$$96 = 32 \times 3 + 0$$

Donc $PGCD(128,93) = 32$

$\boxed{\text{Question 1 : Réponse 2}}$

Question 2 : La moyenne de cette série est : $\dfrac{7+8+8+12+12+14+15+15+41}{9} = \dfrac{132}{9} \approx 14,67$
Classons cette série dans l'ordre croissant : $7;8;8;12;12;14;15;15;41$
La médiane est le cinquième terme : 12.

$\boxed{\text{Question 2 : Réponse 2}}$

Question 3 : Si $\dfrac{2}{3}$ des élèves viennent en bus, $\dfrac{1}{3}$ ne vient pas en bus. $\dfrac{1}{3} = 1 - \dfrac{2}{3}$
Donc on obtient le nombre d'élèves en faisant $\dfrac{1}{3} \times 30 = \left(1 - \dfrac{2}{3}\right) \times 30$

$\boxed{\text{Question 3 : Réponse 1}}$

Question 4 : Testons les solutions.
$2 \times 3,5 + 4 = 7 + 4 = 11$ et $3,5 - 3 \times 4 = 3,5 - 12 = -8,5$ donc $(3,5;4)$ n'est pas la solution.
$2 \times (-12) + 0 = -24$ donc $(-12;0)$ n'est pas la solution.
$2 \times 3 + 5 = 6 + 5 = 11$ et $3 - 3 \times 5 = 3 - 15 = -12$ donc $(3;5)$ est la solution.

$\boxed{\text{Question 4 : Réponse 3}}$

Exercice 2

1. $\boxed{= (-8) * B1}$

2. Dans la case E1 se trouve un nombre x tel que $f(x) = -24$
C'est un antécédent de -24.

$$-8x = -24$$

$$x = 3$$

$\boxed{\text{C'est le nombre 3 qui était écrit dans la case E1}}$

3. $h(x) = -8x(-6x+4) = 48x^2 - 32x$

$\boxed{h \text{ n'est pas une fonction affine !}}$

Exercice 3

1. Nous sommes dans une situation d'équiprobabilité.
Le DJ possède donc $96+104=200$ titres.

$$\boxed{\text{La probabilité que le premier titre soit du rap est } \frac{96}{200}=0,48 \text{ ou } 48\%}$$

2.a Nous cherchons donc un nombre qui divise 96 et 104, et le plus grand possible.
Calculons $PGCD(104,96)$
Utilisons l'algorithme d'Euclide :

$$104 = 96\times 1+8$$

$$96 = 8\times 12+0$$

$PGCD(104,96)=8$

$$\boxed{\text{Il pourra réaliser 8 concerts différents.}}$$

2.b Comme $104=8\times 13$ et $96=8\times 12$

$$\boxed{\text{Il y aura 13 titres d'électro et 12 titres de rap.}}$$

Exercice 4

1. Comme (CD) est l'axe de symétrie de la figure, il s'agit de l'axe de symétrie du segment $[AB]$.
D est donc le milieu de $[AB]$ et $AD=4,5\ m$
Le triangle ADC est rectangle en D
$tan(25^o)=\dfrac{CD}{4,5\ m}$ d'où $CD=4,5\ m\times tan(25^o)\approx 2,10\ m$

$$\boxed{\text{La hauteur de la charpente est environ } 2,10\ m}$$

2. Dans le triangle ADC rectangle en D
D'après le **théorème de Pythagore** on a :

$$DA^2+DC^2=AC^2$$

$$4,5^2+2,1^2=AC^2$$

$$AC^2=20,25+4,41=24,66$$

$$AC=\sqrt{24,66}$$

$$AC\approx 4,97$$

$$\boxed{\text{La longueur } AC \text{ mesure environ } 4,97\ m}$$

3. Dans le triangle ADC
$I\in[DC]$ et $H\in[AD]$
Les droites (IH) et (AC) sont parallèles
D'après le **théorème de Thalès** on a :

$$\frac{DH}{DA}=\frac{DI}{DC}=\frac{HI}{AC}$$

On remarque avec le codage que H est situé au $\dfrac{2}{3}$ de AD
$AD\div 3=4,5\ m\div 3=1,5\ m$
Donc $DH=3\ m$

$$\frac{3\ m}{4,5\ m}=\frac{DI}{2,10\ m}$$

Ainsi $DI=\dfrac{2,10\ m\times 3\ m}{4,5\ m}=1,4\ m$

$\boxed{\text{La longueur } DI \text{ mesure environ } 1,40\ m}$

4.

Première méthode : On peut considérer l'aire du triangle rectangle HDI.

$Aire(HDI) = \dfrac{DH \times DI}{2} = \dfrac{3\ m \times 1,40\ m}{2} = 2,1\ m^2$

En utilisant la question **3.** on peut calculer HI

$$\frac{HI}{4,97\ m} = \frac{3\ m}{4,5\ m}$$

D'où $HI = \dfrac{4,97\ m \times 3\ m}{4,5\ m} \approx 3,31\ m$

Or $[DJ]$ est aussi une hauteur du triangle HID.

Ainsi $Aire(HDI) = \dfrac{HI \times JD}{2} = 2,1\ m^2$

$$3,31\ m \times JD = 4,2\ m^2$$

$$JD = \frac{4,2\ m^2}{3,31\ m} \approx 1,27\ m$$

Seconde méthode : Comme les droites (AC) et (HI) sont parallèles, les angles $\widehat{CAD}$ et $\widehat{IHD}$ dont correspondants et égaux à 25^o.

Dans le triangle HDJ rectangle en J

$sin(25^o) = \dfrac{JD}{HD}$

Donc $JD = 3\ m \times sin(25^o) \approx 1,27\ m$

$\boxed{\text{On a bien trouvé deux méthodes pour prouver que } JD \approx 1,27\ m}$

Exercice 5

Affirmation 1

On reconnait une identité remarquable : $n^2 - 6n + 9 = (n-3)^2$

Or pour $n = 3$ cette expression vaut bien 0

On peut même vérifier que $3^2 - 6 \times 3 + 9 = 9 - 18 + 9 = 0$

$\boxed{\text{L'affirmation 1 est fausse.}}$

Affirmation 2

Il y a $60 \times 60\ s = 3\ 600\ s$ dans une heure.

$51\ m \times 3\ 600 = 183\ 600\ m = 183,6\ km$

$\boxed{\text{Le ballon de foot est plus rapide, l'affirmation 2 est fausse.}}$

Exercice 6

Comparons les surfaces des trois piscines :

$S(A) = 500\ cm \times 300\ cm = 150\ 000\ cm^2$

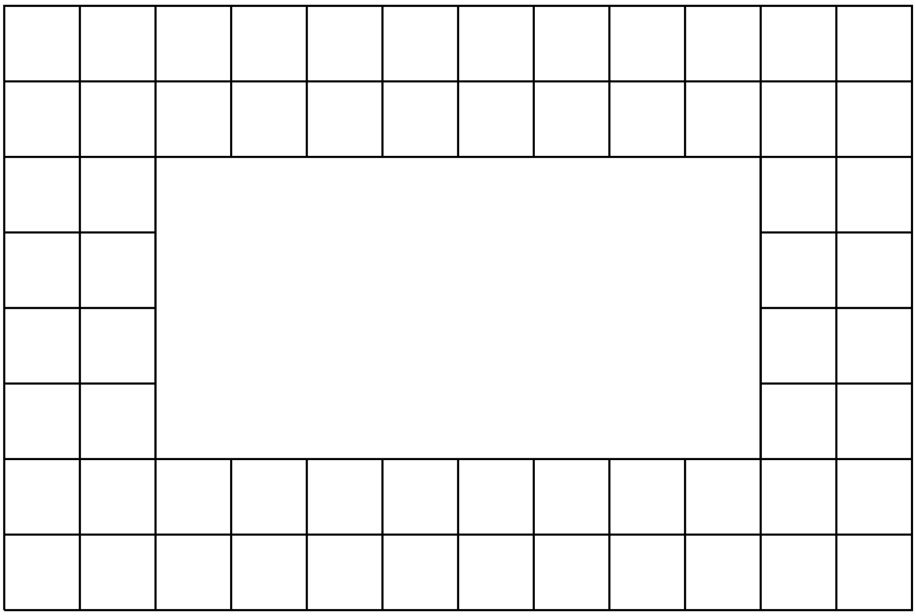
$S(B) = 350\ cm \times 850\ cm = 297\ 500\ cm^2$

$S(C) = 800\ cm \times 400\ cm = 320\ 000\ cm^2$

Il vont donc choisir le modèle C.

Les dalles sont des carrés de $100\ cm = 1\ m$ de côté. On veut un largeur de $2\ m$.

Voici un croquis :



Reste à compter le nombre de dalles : $2 \times (4+8) \times 2 + 4 \times 4 = 24 \times 2 + 16 = 64$
Il faut 64 dalles.

Une dalle mesure 1 m^2 donc il faut 64 m^2.
Cela coûte avant réduction $64 \times 13,90\ euro = 889,6\ euro$

Comme il y a 15% de remise, le prix après remise est : $889,6\ euro \times 0,85 = 756,16\ euro$

$\boxed{\text{Le prix payé en tenant compte de la réduction est } 756,16\ euro}$

Exercice 7

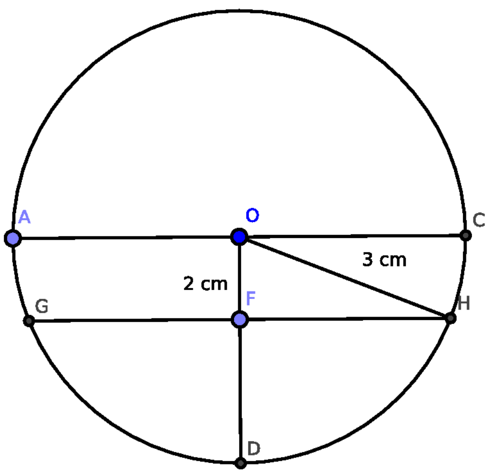
1.a Le volume d'une boule est donnée par la formule : $V = \dfrac{4}{3} \times \pi \times R^3$
On obtient ainsi : $V(boule) = \dfrac{4}{3} \times \pi \times (3\ cm)^3 = \dfrac{4}{3} \times \pi \times 27\ cm^3 = 4 \times 9\ cm^3 \times \pi = 36\pi\ cm^3$

$\boxed{\text{Le volume de la boule est } 36\pi\ cm^3}$

1.b Le rayon du corps est 2 fois plus grand, or on sait que **Si les mesures d'une figure sont multipliées par k alors le volume est multiplié par k^3**.
Comme $2^3 = 8$, le volume du corps est 8 fois plus grand que le volume de la boule.
$8 \times 36 = 288$

$\boxed{\text{Le volume de la boule pour le corps est } 288\pi\ cm^3}$

2. Lorsque l'on coupe une boule par un plan, on obtient un disque.
Il faut déterminer le rayon de ce disque.
On peut représenter la situation ainsi :



Le triangle OHF est rectangle en F
D'après le **théorème de Pythagore** :

$$FO^2 + FH^2 = OH^2$$
$$2^2 + FH^2 = 3^2$$
$$4 + FH^2 = 9$$
$$FH^2 = 5$$
$$FH = \sqrt{5}$$

Le disque section a donc un rayon de $\sqrt{5}$
Calculons son aire : $\pi \times R^2 = (\sqrt{5})^2 \times \pi = 5\pi$

$\boxed{\text{La surface d'assemblage a une surface de } 5\pi \approx 15\ cm^2}$

Exercice 8

Appelons x le nombre d'aller-retour.
Sans abonnement le prix payé est $40x$.
Avec abonnement le prix payé est $442 + 20x$.
Evidemment pour un nombre peu élevé de voyages, il vaut mieux ne pas prendre l'abonnement.
Résolvons :

$$40x = 442 + 20x$$
$$20x = 442$$
$$x = 22,1$$

$\boxed{\text{Jusqu'à 22 voyages, il vaut mieux ne pas prendre l'abonnement. À partir de 23 c'est avantageux !}}$
On reconnait bien sur une fonction affine et une fonction linéaire dont les représentations graphiques sont des droites que l'on imagine facilement pour justifier ce résultat.