DNB Amérique du Nord 2014
Corrigé de l'épreuve de Mathématiques

Exercice 1:

1) Question 1 : Réponse $\boxed{\mathbf{B}}$.

$$\left(\frac{2}{7}+\frac{3}{7}\right)\div\frac{1}{5} = \frac{5}{7}\div\frac{1}{5} = \frac{5}{7}\times\frac{5}{1} = \frac{25}{7}.$$

2) Question 2 : Réponse $\boxed{\mathbf{B}}$.

$133 = 84 \times 1 + 49$

$84 = 49 \times 1 + 35$

$49 = 35 \times 1 + 14$

$35 = 14 \times 2 + 7$

$14 = 7 \times 2 + 0$

Le PGCD est le dernier reste non nul.

3) Question 3 : Réponse $\boxed{\mathbf{A}}$.

$-3x + 5 \geqslant 9$

$-3x \geqslant 4$

$x \leqslant \frac{-4}{3}$

4) Question 4 : Réponse $\boxed{\mathbf{C}}$.

$(1 + \sqrt{2})^2 = 1 + 2\sqrt{2} + 2 = 3 + 2\sqrt{2}.$

Exercice 2:

$$\mathcal{V}_{\text{boule}} = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\times\pi\times(16\div 2)^3 = \frac{2\,048\pi}{3}\text{ cm}^3.$$

$$\mathcal{V}_{\text{cylindre}} = \pi r^2 h = \pi\times(16\div 2)^2\times 50 = 3\,200\pi\text{ cm}^3.$$

$$\mathcal{V}_{\text{boudin}} = \frac{2\,048\pi}{3} + 3\,200\pi = \frac{2\,048\pi}{3} + \frac{9\,600\pi}{3} = \boxed{\mathbf{\frac{11648\pi}{3}\text{ cm}^3}} \approx \boxed{\mathbf{12\,197,76\text{ cm}^3}}.$$

Exercice 3:

1) Il faut $240 \div 8 = \boxed{\textbf{30 h}}$ pour effectuer ce trajet sans faire de pause.

2) $\mathcal{V}_{\text{écluse}} = 30 \times 8{,}4 \times 3 = \boxed{\textbf{756 cm}^3}$.

3) Le prix pour cette période est de $882 \times \left(1 + \dfrac{27}{100}\right) = 882 \times 1{,}27 = \boxed{\textbf{1 120,14 €}}$.

Exercice 4:

1) On doit saisir la formule $\boxed{\textbf{= L3 – B3}}$.

2) La valeur du dénivelé du parcours est $-5{,}23 - 2{,}44 = \boxed{\textbf{−7,67 m}}$.

4) Le dénivelé est négatif donc le parcours est $\boxed{\textbf{descendant}}$.

Exercice 5:

Calculons CE :

- ABCD est un rectangle, donc AC = BD = 34 cm.
- Dans le triangle ACE rectangle en C, le théorème de Pythagore s'écrit :

  $AE^2 = AC^2 + CE^2$

  $56^2 = 34^2 + CE^2$

  $3\,136 = 1\,156 + CE^2$

  $CE^2 = 3\,136 - 1\,156$

  $CE^2 = 1\,980$

  $CE = \sqrt{1\,980} \approx 44{,}5$ cm.

44 < CE < 46, donc la hauteur de ce siège est adaptée.

Exercice 6:

1) Oui. Le dé est équilibré donc la chance d'obtenir chaque face est la même.

2) Il y a 6 issues pour le dé rouge et 6 issues pour le dé jaune. Cela représente donc $6 \times 6 = \boxed{\textbf{36 issues}}$.

3) Il manque $1\,000 - 650 = 350$ points. Pour gagner à son troisième lancer Paul doit donc obtenir l'une des 4 issues suivantes : une paire de 1, de 4, de 5 ou de 6.

   La probabilité de gagner à son troisième lancer est donc de $\dfrac{4}{36} = \boxed{\dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{9}}}$.

Exercice 7:

1) $v = \sqrt{2g(h-x)} = \sqrt{2\times 9{,}81\times(4{,}3-1{,}8)} = \sqrt{2\times 9{,}81\times 2{,}5} = \boxed{\sqrt{49{,}05}\ \mathbf{m.s^{-1}}}$.

2) $v = \sqrt{2\times 9{,}81\times(4{,}3-x)}$, donc pour que la vitesse soit nulle il faut que $4{,}3 - x = 0$.

Donc $-x = -4{,}3$

$x = 4{,}3$.

La vitesse d'écoulement sera nulle pour $x = 4{,}3$ m, c'set-à-dire lorsque la hauteur de l'eau dans l'écluse est la même que la hauteur de l'eau en amont.

3) La vitesse d'écoulement est de $\boxed{\mathbf{4{,}2\ m.s^{-1}}}$.

Exercice 8:

1) $S = \pi r^2 = \pi \times 30^2 = 900\pi \text{ cm}^2 = \boxed{\mathbf{0{,}09\pi\ m^2}}$.

2) $q = S \times v = 0{,}09\pi \times 2{,}8 \approx \boxed{\mathbf{0{,}792\ m^3.s^{-1}}}$.

3) Il faudrait attendre $756 \div 0{,}792 \approx 955$ secondes. Or 955 s $= 955 \div 60$ min $\approx 15{,}9$ min; donc on attendra plus de 15 minutes.

Exercice 9:

- Montrons que AH = 2,9 cm :

Le triangle APB est isocèle en P, donc la hauteur [PH] est aussi une médiane. Ainsi H est le milieu de [AB]. Donc AH = $5{,}8 \div 2 = 2{,}9$ cm.

- Calculons $\widehat{PAH}$:

$\widehat{PAH} = 90 - 55 = 35°$.

- Calculons AP :

Dans le triangle APH rectangle en H, on a :

$$\cos \widehat{APH} = \frac{AH}{AP}$$

$$\cos 35° = \frac{2{,}9}{AP}$$

$$AH = \frac{2{,}9}{\cos 35°} \approx 3{,}54 \text{ m}.$$

Chaque porte mesure environ $\boxed{\mathbf{3{,}54\ m}}$.