CORRECTION DU BREVET 2013

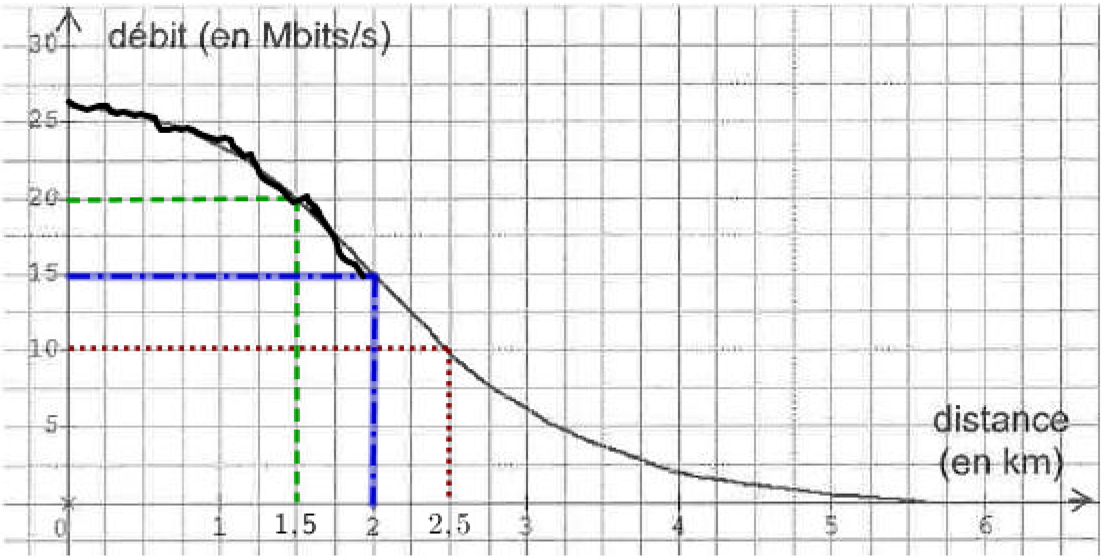
Troisième	*Asie*

Exercice 1

1) **Marie obtient un débit de connexion d'environ 10 Mbits/s**.

2) **Paul habite à 1,5 km du central téléphonique**.

3) **On doit habiter à une distance maximum de 2km du central téléphonique, pour pouvoir recevoir la télévision par internet**.



Exercice 2

1) **L'affirmation est fausse**. En effet, 18 divise en même temps 18 et 36, donc 9 ne peut pas pas être le plus grand diviseur commun de 18 et 36.

2) Le double de $\frac{9}{4}$ est $\frac{9}{4}\times 2=\frac{9\times 2}{4}=\frac{9\times \cancel{2}}{2\times \cancel{2}}=\frac{9}{2}$. **L'affirmation est donc vraie.**

3) Le carré de $3\sqrt{5}$ est $\left(3\sqrt{5}\right)^2=3^2\times\left(\sqrt{5}\right)^2=9\times 5=45$. **L'affirmation est donc fausse.**

4) **L'affirmation est fausse**.
En effet, pour $x=1$, $(2x+3)^2=(2\times 1+3)^2=(2+3)^2=5^2=25$ et
$9+2x(2x+3)=9+2\times 1\times(2\times 1+3)=9+2\times(2+3)=9+2\times 5=9+10=19$.

Exercice 3

1) L'objectif est de chercher la longueur MP.
Dans le triangle CMP rectangle en M :

- $[CM]$ est le côté opposé à l'angle $\widehat{CPM}$;
- $[MP]$ est le côté adjacent à l'angle $\widehat{CPM}$.

On a alors $\tan\left(\widehat{CPM}\right)=\frac{\text{côté opposé à }\widehat{CPM}}{\text{côté adjacent à }\widehat{CPM}}=\frac{CM}{MP}$.

Par suite, $\tan(36,1°)=\dfrac{1,73}{MP}$. Donc on obtient $MP=\dfrac{1,73}{\tan(36,1°)}\approx 2,3724$ m.

Comme 2,3724 > 2,37, alors **la sonnerie ne se déclenchera pas**.

2) a) $\dfrac{40+35+85+67+28+74+28}{7}=\dfrac{357}{7}=51$.

Rémi a obtenu 51 points en moyenne par partie.

b) Soit x le nombre de points obtenus par Nadia à la 6ème partie.

$\dfrac{12+62+7+100+81+x+30}{7}=51$; d'où $\dfrac{292+x}{7}=51$.

Par suite, $292+x=51\times 7=357$. On obtient alors : $292+x-292=357-292$.

D'où : $x=65$.

Nadia a obtenu 65 points à la 6ème partie.

c) $\dfrac{N}{2}=\dfrac{7}{2}=3,5$. Donc la médiane de chacune des séries sera la 4ème des valeurs rangées dans l'ordre croissant.

Pour Rémi : 28 ; 28 ; 35 ; 40 ; 67 ; 74 ; 85.

Donc **la médiane de la série de points obtenus par Rémi est 40**.

Pour Nadia : 7 ; 12 ; 30 ; 62 ; 65 ; 81 ; 100.

Donc **la médiane de la série de points obtenus par Nadia est 62**.

Exercice 4

1) • $3+5=8$ et $8^2=64$; **lorsqu'on choisit le nombre 3, le résultat obtenu est 64**.

• $-7+5=-2$ et $(-2)^2=4$; **lorsqu'on choisit le nombre – 7, le résultat obtenu est 4**.

2) a) Faisons le programme de calcul à « l'envers ».

Trouvons un nombre qui élevé au carré donne 25 comme résultat ; il y en a deux : -5 et 5.

Ensuite, si on retranche 5 à 5, on obtient 0, et, si on retranche 5 à -5, on trouve -10.

On obtient 25 comme résultat lorsqu'on choisit – 10 ou 0 comme nombre de départ.

b) **On ne peut pas obtenir – 25 comme résultat car un nombre élevé au carré est toujours positif**.

3) a) Soit x le nombre choisi au départ.

Ajoutons 5, on obtient : $x+5$.

Élevons le résultat au carré, on a : $(x+5)^2$.

Donc **la fonction f est : $x\mapsto(x+5)^2$**.

b) $f(-2)=(-2+5)^2=3^2=9$. Donc **– 2 est un antécédent de 9 par f**.

4) a) $(x+5)^2=25$ d'où : $x+5=\sqrt{25}=5$ ou $x+5=-\sqrt{25}=-5$.

• Si $x+5=5$, alors $x+5-5=5-5$; d'où : $x=0$.

• Si $x+5=-5$, alors $x+5-5=-5-5$; d'où : $x=-10$.

Donc **l'équation $(x+5)^2=25$ admet deux solutions : $x=0$ ou $x=-10$**.

b) **On obtient 25 comme résultat lorsqu'on choisit – 10 ou 0 comme nombre de départ**.

Exercice 5

1) $50\ 000\times 10=500\ 000$. La ville dépense 500 000 € par mois.

Dans une année, il y a 12 mois, et, $500\ 000\times 12=6\ 000\ 000$.

Donc **le budget de la ville sur une année pour faire traiter les poubelles est de 6 000 000 €**.

2) 30 millions de tonnes $= 30\ 000\ 000 \times 1\ 000$ kg $= 3 \times 10^{10}$ kg.

$\dfrac{3 \times 10^{10}}{65\ 000\ 000} = \dfrac{6\ 000}{13} \approx 462$; en 2009, un habitant en France produisait environ 462 kg de déchets.

Or $\dfrac{462}{365} \approx 1{,}27$. Donc **en 2009, un habitant en France produisait environ 1,27 kg de déchets par jour**.

Exercice 6

1) Augmenter un nombre de 11 % revient à multiplier ce nombre par $1 + \dfrac{11}{100} = 1{,}11$.

Or $28 \times 1{,}11 = 31{,}08 \approx 31{,}1$. Donc, **au premier trimestre 2012, il y avait environ 31,1 millions de cyberacheteurs**.

2) Si la progression sur le deuxième trimestre est également de 11 %, alors le nombre de cyberacheteurs au second trimestre 2012 est : $31{,}08 \times 1{,}11 = 34{,}4988$ millions.
$34{,}4988 - 28 = 6{,}4988$; il y a eu une augmentation de 6,4988 millions de cyberacheteurs sur les deux trimestres 2012.

Or $\dfrac{6{,}4988}{28} \times 100 = 23{,}21$. **Il y a une augmentation de 23,21 % du nombre de cyberacheteurs sur les deux premiers trimestres 2012**.

Exercice 7

1) $V_{cavité} = V_{grand\ cône} - V_{petit\ cône}$.

Or le petit cône est une réduction du grand cône avec un rapport égal à
$k = \dfrac{h_{petit\ cône}}{h_{grand\ cône}} = \dfrac{12-4}{12} = \dfrac{8}{12} = \dfrac{2}{3}$.

Donc le volume du petit cône est égal à celui du grand cône multiplié par
$k^3 = \left(\dfrac{2}{3}\right)^3 = \dfrac{2^3}{3^3} = \dfrac{8}{27}$.

Or le volume du grand cône est égal à :
$\dfrac{1}{3} \times \pi \times R^2 \times h = \dfrac{1}{3} \times \pi \times 3{,}75^2 \times 12 = \pi \times \dfrac{14{,}0625 \times 4 \times \cancel{3}}{\cancel{3}} = 56{,}25\pi$ cm^3. D'où on obtient :

$$V_{cavité} = V_{grand\ cône} - V_{petit\ cône} = V_{grand\ cône} - \frac{8}{27}V_{grand\ cône} = \left(1 - \frac{8}{27}\right) \times V_{grand\ cône} = \frac{19}{27} \times 56{,}25\pi \approx 124{,}35$$

Par conséquent, **le volume d'une cavité est d'environ 125 cm^3**.

2) $\dfrac{3}{4} \times 125 \times 9 = \dfrac{3 \times 125 \times 9}{4} = \dfrac{3\ 375}{4} = 843{,}75$ cm^3 $= 0{,}84375$ dm^3 $= 0{,}84375$ L.
Comme Léa a préparé 1 L de pâte, elle en aura assez pour remplir les 9 cavités du moule.

Exercice 8

La longueur de la piste cyclable est égale à : $AE+EF+FG+GH+HI+IJ+JA$.

D'après l'énoncé : $AE=288-48=240$ m, $FG=52$ m, $HI=288-48-29=211$ m et $JA=48$ m.

D'où la longueur de la piste cyclable est égale à : $240+EF+52+GH+211+IJ+48$, c'est-à-dire à $551+EF+GH+IJ$.

• Calcul de GH :

$$GH=\frac{2\times\pi\times R}{4}=\frac{2\times\pi\times 48}{4}=24\pi \text{ m}.$$

• Calcul de JI :

Dans le triangle DJI rectangle en D, d'après le théorème de Pythagore, on a :
$IJ^2=DI^2+DJ^2$. Par suite, $IJ^2=29^2+72^2=6\ 025$.

Comme IJ > 0, alors $IJ=\sqrt{6\ 025}=5\sqrt{241}$ m.

• Calcul de EF :

Dans le triangle EBF, $E\in[AB]$, $F\in[BC]$, et les droites (EF) et (AC) sont parallèles, d'après le théorème de Thalès, $\frac{BE}{BA}=\frac{EF}{AC}=\frac{BF}{BC}$.

D'où $\frac{48}{288}=\frac{EF}{312}=\frac{BF}{BC}$, ou encore $\frac{48}{288}=\frac{EF}{312}$.

Donc $EF=\frac{48\times 312}{288}=52$ m.

Remarque : on aurait pu également utiliser le théorème de Pythagore dans le triangle EBF rectangle en B.
On connaît la longueur BE.
De plus, ABCD est un rectangle. D'où $BC=AD=DJ+JA=72+48=120$ m.
D'où $BF=120-52-48=20$ m.

• Conclusion : La longueur de la piste cyclable est égale à $551+52+24\pi+5\sqrt{241}\approx 756$ m.

La longueur de la piste cyclable est d'environ 756 m.