CORRECTION DU BREVET 2013

Troisième	Amérique du Nord

Exercice 1

1) La somme des probabilités de tous les événements élémentaires est égale à a1.

On effectue alors l'opération : $1-\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{3}\right)=1-\left(\frac{1}{9}+\frac{1\times 3}{3\times 3}\right)=1-\frac{4}{9}=\frac{9}{9}-\frac{4}{9}=\frac{5}{9}$

La probabilité manquante sous la tache est $\frac{5}{9}$.

2) Soit x le nombre de tables à 3 pieds. Alors $3\times x=169-34\times 4=169-136=33$.

D'où $\frac{3\times x}{3}=\frac{33}{3}$, et par suite, $x=11$

Il y a 11 tables à 3 pieds.

3) 90 % du volume d'un iceberg est situé sous la surface de l'eau. Ainsi 10 %, c'est-à-dire un dixième, de cet iceberg est situé au dessus de l'eau. Or la hauteur de la partie visible est de 35 m, d'où $35\times 10=350$.

La hauteur totale d'un iceberg, dont la partie visible est 35 m, mesure environ 350 m..

4) L**a réponse correcte est la b)**.

Exercice 2

Choix des inconnues :

Soit x le nombre de billets de 5 € et y le nombre de billets de 10 €.

Mise en équations :

Arthur possède 21 billets ; alors on obtient l'égalité : $x+y=21$.

Il possède en tout 125 € ; alors on obtient l'égalité : $5x+10y=125$.

On est donc amené à résoudre le système : $\begin{cases} x+y=21 \\ 5x+10y=125 \end{cases}$.

Résolution du système d'équations :

$$\begin{cases} x+y=21 \\ 5x+10y=125 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -5x-5y=-105 \\ 5x+10y=125 \end{cases}$$

On multiplie chaque membre de la première égalité par -5

$$\begin{cases} 5y=20 \\ x+y=21 \end{cases}$$

On additionne membre à membre les deux égalités, et on garde une des deux égalités du départ

$$\begin{cases} \frac{5y}{5}=\frac{20}{5}=4 \\ x+y=21 \end{cases}$$

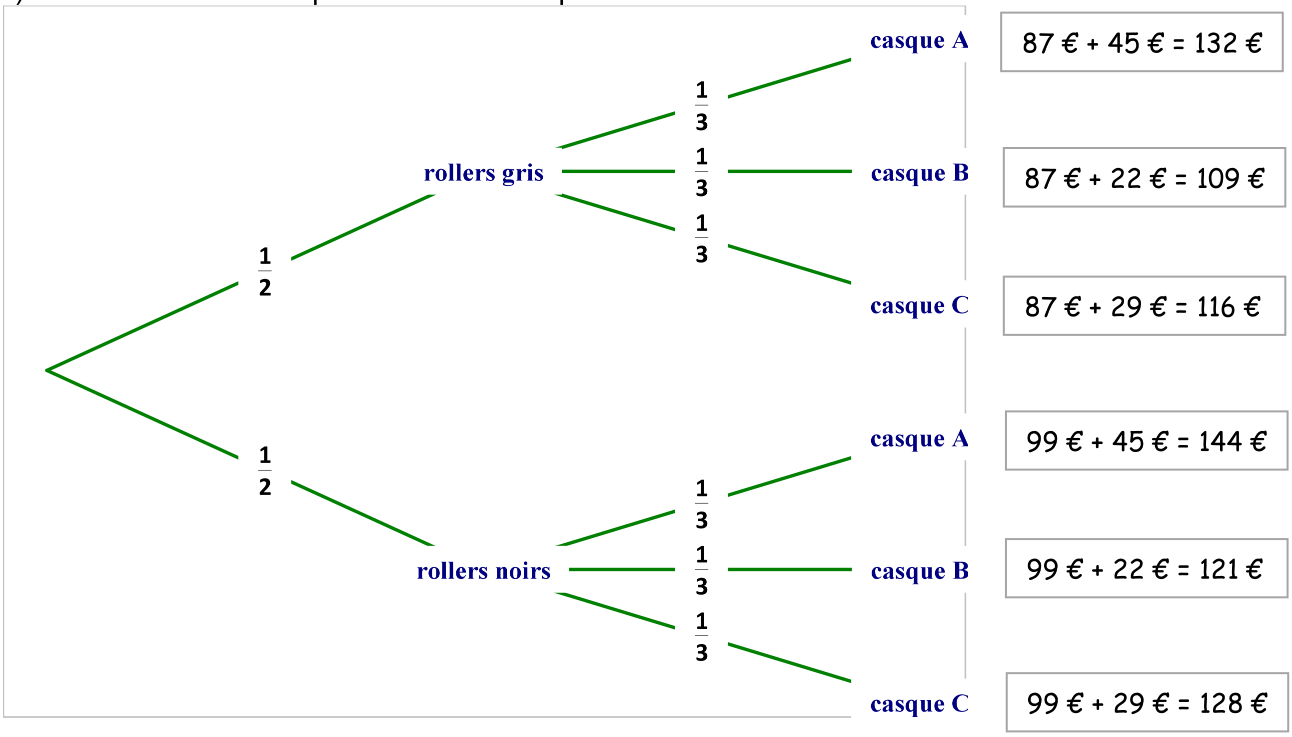
$$\begin{cases} y=4 \\ x+4=21 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 4 \\ x + 4 \textcolor{red}{- 4} = 21 \textcolor{red}{- 4} \end{cases} \text{, c'est-à-dire } \begin{cases} y = 4 \\ x = 17 \end{cases}$$

On en déduit qu'**Arthur possède 17 billets de 5 € et 4 billets de 10 €.**

Exercice 3

1)On réalise l'arbre des possibles avec les probabilités :



Il y a 4 possibilités sur les 6 que l'ensemble lui coûte moins de 130 €.

D'où **la probabilité que l'ensemble lui coûte moins de 130 € est égale à $\frac{4}{6}$, ou $\frac{2}{3}$**.

2) a) Faire une réduction d'un nombre de 20 % consiste à multiplier ce nombre par $1 - \frac{20}{100}$, c'est-à-dire 0,8. Or $144 \times 0,8 = 115,20$.

D'où, **après la réduction de 20 %, la paire de rollers noirs et le casque à 45 € coûteront 115,20 €**.

b) **Cela modifiera la probabilité obtenue à la question 1)**.

En effet, Il y aurait dans ce cas 5 possibilités sur les 6 que l'ensemble lui coûte moins de 130 €. Par suite, **la probabilité que l'ensemble lui coûte moins de 130 € est égale à $\frac{5}{6}$**.

Exercice 4

1) $1045 \div 76 = 13,75$, alors 76 ne divise pas 1 045.

Donc **Flavien ne peut pas répartir la totalité des 1 045 dragées aux amandes dans 76 sachets**.

2) a) Comme il veut répartir la totalité des dragées de chaque sorte dans des sachets, il faut chercher les diviseurs communs de 760 et 1 045.

De plus, il souhaite le maximum de sachets ; on va donc chercher le PGCD des nombres 760 et 1 045.

Il ya trois méthodes :

• *D'après l'algorithme d'Euclide* :

a	b	**reste**	**division euclidienne**
1 045	760	285	1 045 = 1 $\times$ 760 + 285
760	285	190	760 = 2 $\times$ 285 + 190
285	190	95	285 = 1 $\times$ 190 + 95
190	95	0	190 = 2 $\times$ 95 + 0

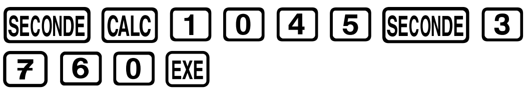
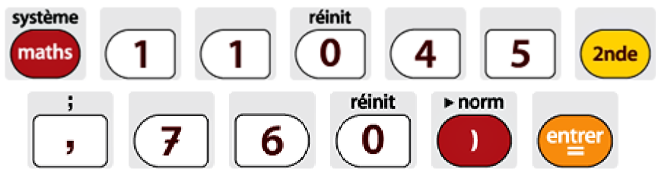
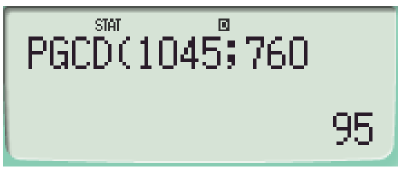
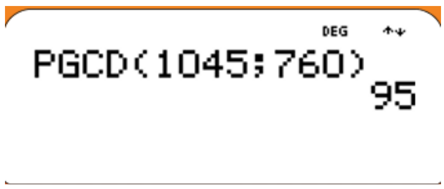
Le PGCD de 1 045 et 760 est le dernier reste non nul, c'est-à-dire 95.

• *D'après l'algorithme des différences successives* :

a	b	$a-b$
1 045	760	285
760	285	475
475	285	190
285	190	95
190	95	95
95	95	0

Le PGCD de 1 045 et 760 est la dernière différence non nullle, c'est-à-dire 95.

• *D'après la calculatrice* (puisque qu'on ne demande pas dans l'énoncé de détailler les calculs) :

Casio FX-92 Collège 2D+	**TI-Collège Plus**
	
Ce qui nous donné à l'écran :	
	

Flavien pourra donc réaliser au maximum 95 sachets.

b) $1\,045 \div 95 = 11$ et $760 \div 95 = 8$.
Il pourra donc mettre 8 dragées au chocolat et 11 dragées aux amandes dans chaque sachet.

Exercice 5

1) $\underline{3\times 4}+0,25=12+0,25=12,25$ et $3,5^2=12,25$.
Donc **Julie a raison : $3,5^2=3\times 4+0,25$**.

2) $\mathbf{7,5^2=7\times 8+0,25=56,25}$.

3) Soit n un nombre entier positif.

- $(n+0,5)^2 = n^2 + 2\times n\times 0,5 + 0,5^2 = n^2 + n + 0,25$.
- $n\times(n+1)+0,25 = n\times n + n\times 1 + 0,25 = n^2 + n + 0,25$.

Quel que soit le nombre entier positif n, $\boldsymbol{(n+0,5)^2 = n\times(n+1)+0,25 = n^2+n+0,25}$

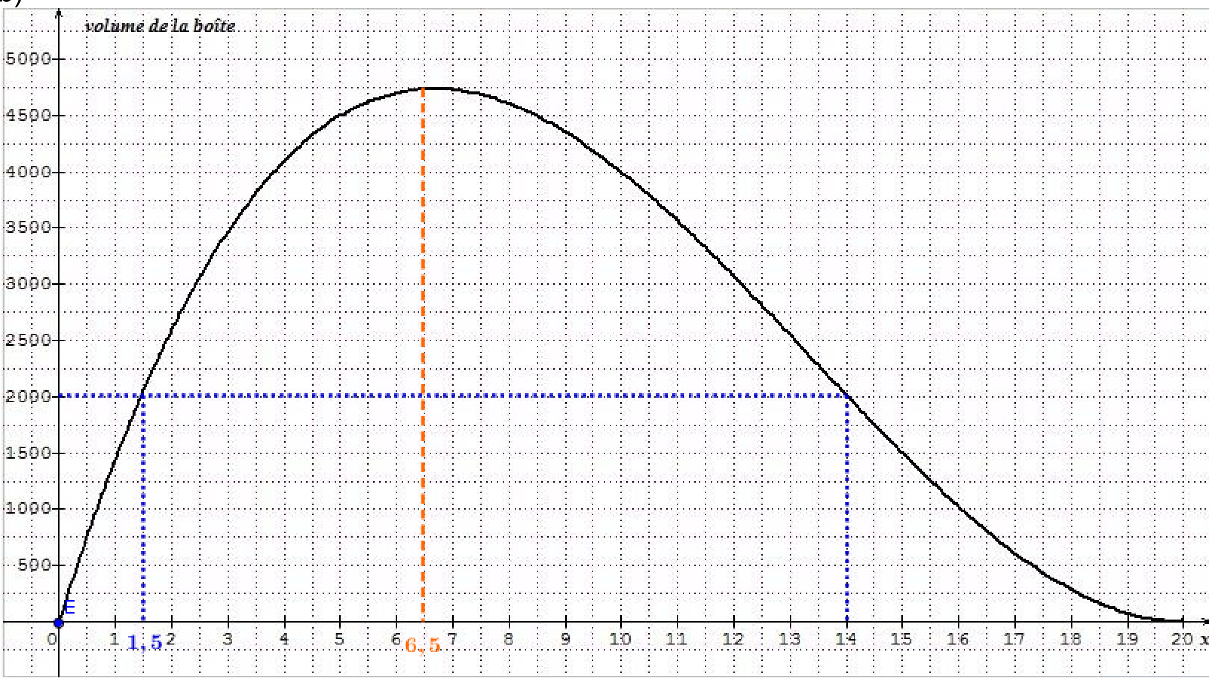
Exercice 6

1) **Les valeurs de x possibles sont comprises entre 0 et 20 (0 et 20 exclus)**.

2) Le volume d'un parallélépipède est égal à $longueur \times largeur \times hauteur$.
Or $longueur = largeur = 40-5-5 = 30$ cm et $hauteur = 5$ cm.
D'où $30\times 30\times 5 = 4\ 500$.
Par conséquent, **lorsque $x = 5$ cm, le volume de la boîte est égal à 4 500 cm^3**.

3) a) **Le volume de la boîte est maximum lorsque x est environ égal à 6,5 cm**.

b)



Le volume de la boîte est égal à 2 000 cm^3 lorsque x est égal à 1,5 cm ou à 14 cm.

Exercice 7

1) Comme le bâtiment a la forme d'un pentagone régulier inscrit dans un cercle de centre O, et comme A et B sont deux sommets consécutifs de ce pentagone, alors $\widehat{AOB} = \dfrac{360°}{5} = 72°$.

2) Comme $[OA]$ et $[OB]$ sont des rayons du cercle, alors le triangle AOB est isocèle en O.
Or dans un triangle isocèle, la médiane issue du sommet principal, la hauteur issue du sommet principal, la médiatrice du segment opposé au sommet principal et la bissectrice issue du sommet principal sont toutes confondues.
Donc **(OM) est aussi la bissectrice de l'angle $\widehat{AOB}$ et la médiatrice de $[AB]$**.

3) Dans le triangle AOM rectangle en M :
- $[AM]$ est le côté opposé à $\widehat{AOM}$

- $[AO]$ est l'hypoténuse

Alors $\sin\left(\widehat{AOM}\right)=\dfrac{AM}{AO}$, c'est-à-dire $\sin\left(\widehat{AOM}\right)=\dfrac{AM}{238}$.

Comme (OM) est la bissectrice de l'angle $\widehat{AOB}$, alors $\widehat{AOM}=\dfrac{\widehat{AOB}}{2}=\dfrac{72°}{2}=36°$.

D'où $\sin(36°)=\dfrac{AM}{238}$. Par suite, $\mathbf{AM=238\times\sin(36°)\approx 140\ m}$.

4) Comme (OM) est la médiatrice de $[AB]$, alors M est le milieu de $[AB]$.

D'où $AB=2\times AM=2\times 140=280$ m.

Comme un pentagone régulier a 5 côtés de même longueur, alors **le périmètre du Pentagone est égal à environ $280\times 5=1\,400$ mètres**.

Exercice 8

1) a) **L'aire de ce trapèze est égale à l'aire du grand rectangle à laquelle on retranche les aires des deux triangles rectangles**.

b) Or l'aire d'un triangle est égale à $\dfrac{base\times hauteur}{2}$ et l'aire d'un rectangle à $longueur\times largeur$

On effectue alors le calcul : $7\times 3-\dfrac{3\times 1}{2}-\dfrac{3\times 3}{2}=21-\dfrac{3}{2}-\dfrac{9}{2}=21-6=15$.

D'où **l'aire de trapèze ABCD est égale à 15 cm²**.

2) On remplace b par 3, B par 7 et h par 3 dans chacune des expressions, et on compare les résultats obtenus à celui trouvé dans la question 1) b).

$$\frac{(b\times B)\times h}{2}=\frac{3\times 7\times 3}{2}=31{,}5\neq 15$$

$$\frac{(b+B)\times h}{2}=\frac{(3+7)\times 3}{2}=\frac{10\times 3}{2}=\frac{30}{2}=15$$

$$2(b+B)\times h=2\times(3+7)\times 3=6\times 10=60\neq 15$$

Donc **la bonne formule est $\mathcal{A}=\dfrac{(b+B)h}{2}$**.

Autre méthode : on découpe le trapèze de la façon suivante :

L'aire du trapèze est donc égale à la somme des aires des triangles ABC et ABD.

Or $aire(ABC)=\dfrac{base\times hauteur}{2}=\dfrac{b\times h}{2}$ et $aire(ABD)=\dfrac{base\times hauteur}{2}=\dfrac{B\times h}{2}$.

D'où : $\boldsymbol{aire(ABCD)}=\dfrac{b\times h}{2}+\dfrac{B\times h}{2}=\dfrac{b\times\boxed{h}+B\times\boxed{h}}{2}=\dfrac{(b+B)\times\boxed{h}}{2}=\boldsymbol{\dfrac{(b+B)h}{2}}$.